UNIVERSIDAD NACIONAL DE SAN AGUSTÍN DE AREQUIPA

FACULTAD DE INGENIERÍA DE PRODUCCIÓN Y SERVICIOS

ESCUELA DE INGENIERÍA ELECTRÓNICA

DOCENTE:

YAAN AGUSTÍN BEDOYA BARRIGA

ASIGNATURA:

ÁLGEBRA LINEAL

TEMA: TIF

PRESENTADO POR:

Luis Enrique Gallegos Gómez
José María Jauregui Rivas
Marcos Manuel Huisa Choquechambi
Alejandro Esteban Sucapuca Quispe

AREQUIPA - PERÚ
2025

RESUMEN

En el presente trabajo se desarrolla un tema fundamental para el estudiante de Ingeniería Electrónica: cómo resolver circuitos eléctricos utilizando herramientas del álgebra lineal. Muchas veces, cuando se estudia un curso de álgebra, los conceptos parecen algo abstractos o alejados de la realidad profesional. Sin embargo, al aplicar estos conocimientos al análisis de circuitos (uno de los pilares de la electrónica) su utilidad se vuelve clara, concreta y esencial.

Para ello, se plantea un circuito eléctrico de corriente continua con varias mallas y nodos, como los que se encuentran comúnmente en prácticas de laboratorio o en esquemas básicos de diseño electrónico. En lugar de resolver cada ecuación por separado como se haría de forma tradicional, este trabajo propone usar matrices y vectores para representar y resolver el sistema completo de ecuaciones que gobiernan el comportamiento del circuito.

A partir de las leyes de Kirchhoff, se establecen las relaciones entre las corrientes y los voltajes en diferentes partes del circuito. Estas relaciones se traducen en un conjunto de ecuaciones lineales. El siguiente paso es organizarlas en una forma matricial, lo que permite aplicar métodos del álgebra lineal como la eliminación de Gauss, la regla de Cramer o el uso de matrices inversas. Estas técnicas no sólo simplifican los cálculos, sino que ofrecen una visión más estructurada del problema, facilitando su resolución incluso cuando se trata de sistemas con muchas incógnitas.

Además de resolver el circuito, se reflexionará sobre la interpretación de los resultados, ya sea en el significado que un sistema tenga una única solución, muchas o ninguna; cómo identificar si hay redundancia en las ecuaciones; y qué nos dice el rango de una matriz o su determinante sobre la validez del modelo planteado.

Este enfoque matricial no es solamente una herramienta académica. Es la base de los algoritmos utilizados en simuladores eléctricos como SPICE, que permiten analizar circuitos complejos en segundos. Por eso, entender estos conceptos desde la base tiene un gran valor para el futuro profesional del estudiante en esta maravillosa carrera del presente y futuro.

Por lo que nuestro trabajo busca conectar los conceptos matemáticos con la práctica electrónica, mostrando cómo el álgebra lineal es clave para resolver problemas reales. El objetivo es que el lector no solo aprenda a aplicar un método, sino que comprenda por qué funciona, y cómo este conocimiento puede ayudarle a enfrentar desafíos técnicos en su formación como ingeniero.

ÍNDICE

1. INTRODUCCIÓN..... 4
2. FUNDAMENTOS APLICADOS A CIRCUITOS..... 5
2.1. Sistemas de ecuaciones lineales y forma matricial en circuitos.....6
2.2. Matrices y métodos de solución..... 7
2.3. Autovalores y autovectores en circuitos con elementos RLC.....8
3. ANÁLISIS MATRICIAL DE CIRCUITOS DC..... 10
3.1 Planteamiento del análisis en circuitos DC..... 10
3.2 Obtención de ecuaciones mediante leyes de Kirchhoff..... 11
3.3 Construcción del sistema lineal..... 12
3.4 Representación matricial.....14
3.5 Aplicación..... 16
4. APLICACIONES EN FILTROS ELECTRÓNICOS.....18
5. DISCUSIÓN DE RESULTADOS..... 25
6. CONCLUSIONES..... 26
REFERENCIAS.....27

1. INTRODUCCIÓN

La ingeniería electrónica se apoya de manera directa en las matemáticas para describir, analizar y diseñar circuitos y sistemas. Entre todas las ramas matemáticas, el álgebra lineal ocupa un lugar central, porque ofrece un lenguaje claro para trabajar con vectores, matrices y transformaciones lineales, conceptos que aparecen de forma natural cuando se estudian redes eléctricas y filtros electrónicos. Lo que en clase de álgebra puede parecer un tema abstracto, en el análisis de circuitos se traduce en herramientas concretas para entender cómo se distribuyen las corrientes, cómo caen las tensiones en cada elemento y cómo se comportan los filtros frente a diferentes señales de entrada.

La idea de resolver sistemas de ecuaciones para explicar fenómenos físicos tiene una larga historia. Mucho antes de que existiera la electrónica, civilizaciones antiguas ya resolvían sistemas sencillos de ecuaciones lineales para problemas de repartos, comercio o geometría. Con el desarrollo de la física y la ingeniería en los siglos XVIII y XIX, estos métodos se formalizaron en lo que hoy llamamos álgebra lineal, el estudio de los espacios vectoriales y de las funciones lineales entre ellos. En paralelo, la teoría de circuitos tomó forma con la ley de Ohm y, sobre todo, con las leyes de Kirchhoff, formuladas en 1845, que establecen cómo se conservan la carga y la energía en cualquier red eléctrica. A partir de estas leyes es posible escribir las ecuaciones que describen un circuito completo.

Cuando se combinan las leyes de Kirchhoff con la ley de Ohm en una red con varias resistencias, fuentes y nodos, el resultado es un conjunto de ecuaciones lineales simultáneas. Cada ecuación expresa una relación de balance de corriente en un nodo o de suma de tensiones en una malla; cada incógnita representa una corriente o una tensión que queremos determinar. Si el circuito es pequeño, se podrían resolver las ecuaciones una por una, sustituyendo y despejando. Sin embargo, en cuanto el número de mallas o nodos crece, este enfoque se vuelve poco práctico, confuso y muy propenso a errores de cálculo. Es justamente en este punto donde el álgebra lineal muestra su potencia: al organizar el sistema en forma matricial, $Ax=b$, es posible aplicar métodos sistemáticos como la eliminación de Gauss, la regla de Cramer o el uso de matrices inversas para obtener la solución de manera ordenada y eficiente.

Más allá de ver a $Ax=b$ solo como “matrices con números”, es útil interpretar al circuito como una transformación lineal. Desde esta perspectiva, la red eléctrica actúa como una aplicación lineal que toma un vector de excitaciones (por ejemplo, las tensiones de las fuentes o las corrientes aplicadas) y produce un vector de respuestas (corrientes de malla, tensiones de nodo, etc.). La linealidad significa que si se suman dos conjuntos de excitaciones, la respuesta del circuito es la suma de las respuestas individuales, y que si se escala una fuente, la respuesta también se escala en la misma proporción. Este es el principio de superposición, conocido en análisis de circuitos, pero expresado en el lenguaje de transformaciones lineales: el circuito es una función lineal entre espacios vectoriales.

En el caso de los filtros electrónicos, esta idea de transformación lineal se vuelve aún más clara. Un filtro, ya sea analógico o digital, puede considerarse como una “máquina” que

recibe una señal de entrada y produce una señal de salida. Si se representan estas señales como vectores (por ejemplo, muestras discretas de una señal de voltaje), el filtro se comporta como una transformación lineal F tal que y=F(x), donde x es la señal de entrada y y=F(x) y la señal de salida. En una base adecuada, esta transformación admite una representación matricial y=Hx. En filtros digitales simples, la matriz H tiene una estructura especial que refleja la naturaleza lineal e invariante en el tiempo del sistema, y cada fila de H describe cómo se combinan linealmente las muestras vecinas de la entrada para obtener una muestra de la salida. Desde este punto de vista, operaciones clásicas como el filtrado, el suavizado o la detección de bordes no son más que transformaciones lineales sobre un espacio de señales.

Cuando el circuito o el filtro incluye elementos que almacenan energía, como inductores y capacitores, las corrientes y tensiones dejan de ser constantes y pasan a depender del tiempo. Entonces aparecen ecuaciones diferenciales lineales que también pueden organizarse en forma matricial, a través de la representación en espacio de estados. En este marco, el estado del sistema se describe mediante un vector x(t), su evolución se rige por una ecuación del tipo $\widehat{X}(t) = Ax(t) + Bu(t)$, y las salidas relevantes se obtienen mediante y(t)=Cx(t)+Du(t). Los autovalores de la matriz A indican la frecuencia natural y la velocidad de amortiguamiento de las respuestas transitorias; es decir, nos dicen si el filtro es estable, cuánto tarda en asentarse y si su respuesta oscila o no. Nuevamente, conceptos de álgebra lineal como autovalores, autovectores y cambios de base se conectan directamente con la forma en que un circuito real responde a una señal.

El objetivo de este trabajo es mostrar, de manera clara y aplicada, cómo todos estos conceptos de álgebra lineal se integran en el análisis de circuitos y filtros electrónicos mediante métodos matriciales. En los apartados siguientes se revisan primero los fundamentos de sistemas de ecuaciones, matrices, autovalores y transformaciones lineales relevantes para la ingeniería electrónica. Luego se formulan los métodos de nodos y de mallas en lenguaje matricial y se desarrolla un ejemplo numérico completo de un circuito de varias mallas resuelto por métodos de álgebra lineal. Finalmente, se presenta un caso sencillo de filtro electrónico en el que se utiliza una representación matricial y se interpretan sus autovalores para comprender su comportamiento dinámico. De este modo, se busca que el estudiante visualice el álgebra lineal no solo como un conjunto de técnicas de cálculo, sino como un lenguaje fundamental para describir y entender los sistemas electrónicos que encontrará a lo largo de su carrera.

2. FUNDAMENTOS APLICADOS A CIRCUITOS:

2.1. Sistemas de ecuaciones lineales y forma matricial en circuitos lineales:

En el análisis de circuitos lineales, cada vez que se aplica la ley de corrientes de Kirchhoff (KCL) o la ley de tensiones de Kirchhoff (KVL), se obtiene una ecuación lineal que relaciona corrientes, tensiones y elementos del circuito. Si el circuito tiene varios nodos o mallas, el resultado es un sistema de ecuaciones lineales.

De forma general, un sistema de “n” ecuaciones con “n” incógnitas se escribe como:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \ldots + a_{1n}x_n = b_1$$
$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \ldots + a_{2n}x_n = b_2$$
$$\vdots$$
$$a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \ldots + a_{nn}x_n = b_n$$

donde:

- x_i representan las incógnitas eléctricas (corrientes de malla, tensiones de nodo, etc.).
- a_{ij} son coeficientes dependientes de resistencias, conductancias o impedancias.
- b_i agrupan las aportaciones de las fuentes independientes.

Este sistema puede escribirse de forma compacta como:

$$Ax = b$$

con:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}.$$

En circuitos:

- ***A*** suele llamarse matriz de conductancias (método de nodos) o matriz de resistencias/impedancias (método de mallas).
- ***x*** agrupa las corrientes o tensiones desconocidas.
- ***b*** recoge los efectos de las fuentes de tensión o corriente.

Conceptos	**Interpretación**
Vector de incógnitas x	Corrientes de malla o tensiones de nodo
Matriz de coeficientes A	Matriz de conductancias o impedancias de la red

Vector de términos b	Fuentes independientes (tensiones/corrientes)
Sistema Ax = b	Conjunto de ecuaciones de Kirchhoff del circuito

A continuación un ejemplo donde se vea más aplicado:
Suponemos un circuito con dos mallas y corrientes I_1 e I_2, resistencias I_1, I_2, I_3 y fuente V, aplicando KVL:

$$(R1 + R2)I1 - R2I2 = V$$
$$-R2I1 + (R2 + R3)I2 = 0$$

Forma matricial:

$$\begin{pmatrix} R_1 + R_2 & -R_2 \\ -R_2 & R_2 + R_3 \end{pmatrix} A \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V \\ 0 \end{pmatrix}$$

Así demostramos que es una muy buena alternativa las formas matriciales para así representar y resolver de mejor manera las ecuaciones mediante lo siguiente:

2.2. Matrices y métodos de solución:

Una vez formulado el sistema Ax=b, el siguiente paso es resolver para x, donde el álgebra lineal ofrece varios métodos de resolución para ello:

a) Eliminación de Gauss

La eliminación de Gauss consiste en transformar la matriz aumentada (A | b) mediante operaciones elementales por filas hasta obtener una forma escalonada superior. Luego se usa sustitución hacia atrás para encontrar las incógnitas.

Para el sistema de dos ecuaciones anterior, la matriz aumentada es:

$$(A|\mathbf{b}) = \left(\begin{array}{cc|c} R_1 + R_2 & -R_2 & V \\ -R_2 & R_2 + R_3 & 0 \end{array}\right)$$

Al aplicar operaciones por filas (por ejemplo, eliminar el término −R2 de la segunda ecuación), se llega a una matriz equivalente donde las corrientes se obtienen de forma directa. En circuitos más grandes (3, 4 o más mallas/nodos), este método es el estándar, y es precisamente el que implementan muchos programas de simulación numérica.

b) Si la matriz A es invertible (det(A) ≠ 0), se puede escribir:

$$x = A^{-1}b$$

En términos físicos:

- A^{-1} actúa como una “transformación inversa” del circuito: a partir de las fuentes b\mathbf{b}b, recuperamos las corrientes o tensiones x\mathbf{x}x.

- La condición det(A) ≠ 0 garantiza que existe una única solución para el circEn la práctica, para sistemas grandes no se calcula explícitamente (no hay redundancias ni contradicciones en las ecuaciones).

A^{-1} por rapidez y estabilidad numérica, pero la expresión $x = A^{-1}b$ es muy útil conceptualmente.

2.3 Autovalores y autovectores en circuitos con elementos RLC:

Cuando el circuito incluye **inductores** y **capacitores**, la relación entre corrientes y tensiones se describe mediante **ecuaciones diferenciales**. Para analizar la respuesta en el tiempo (transitorios, oscilaciones, estabilidad), estas ecuaciones se organizan en forma matricial, y allí aparecen de manera natural los **autovalores** y **autovectores**.

Consideremos, por ejemplo, un circuito RLC en serie alimentado por una fuente. Si se elige como variables de estado:

- $x_1(t) = i_L(t)$: corriente en el inductor,

- $x_2(t) = v_C(t)$: tensión en el capacitor,

las ecuaciones diferenciales pueden escribirse en forma de **espacio de estados**:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{pmatrix} \dot{i}_L(t) \\ \dot{v}_C(t) \end{pmatrix} = A\,\mathbf{x}(t) + B\,u(t),$$

donde u(t)u(t) es la entrada (por ejemplo, una fuente de tensión) y A es una matriz 2×2 que depende de R, L y C.

Sin entrar en todos los pasos de derivación, la parte homogénea (sin entrada) de un RLC serie lleva a una ecuación de la forma:

$$LC\,\ddot{i}(t) + RC\,\dot{i}(t) + i(t) = 0,$$

cuyo **polinomio característico** es:

$$LC\,\lambda^2 + RC\,\lambda + 1 = 0.$$

Los valores de λ que satisfacen esta ecuación son los **autovalores** asociados a la dinámica del sistema. En términos de la matriz A, se cumple:

$\det(\lambda I - A) = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2}$ = raíces del polinomio característico.

La solución de la parte homogénea incluye términos del tipo:

$$e^{\lambda_1 t}, \quad e^{\lambda_2 t},$$

lo que significa:

- Si los autovalores tienen parte real negativa, la respuesta transitoria **decayó** en el tiempo (sistema estable).
- Si tienen parte real positiva, la respuesta **crece** (sistema inestable).
- Si son complejos conjugados, la respuesta presenta **oscilaciones** con frecuencia relacionada a la parte imaginaria de los autovalores.

Los **autovectores** asociados indican la "dirección" de esos modos de respuesta en el espacio de estados: cómo se combinan $i_L(t)$ y $v_C(t)$ en cada modo natural.

En resumen, en circuitos con elementos RLC:

- La **matriz A** describe la dinámica del circuito.
- Sus **autovalores** determinan la forma general de la respuesta en el tiempo (amortiguada, oscilatoria, inestable).
- Sus **autovectores** describen la proporción entre variables de estado en cada modo natural.

3. ANÁLISIS MATRICIAL DE CIRCUITOS DC

3.1 Planteamiento del análisis en circuitos DC

El análisis de circuitos de corriente continua (DC) constituye uno de los pilares fundamentales en la formación del ingeniero electrónico. En estos circuitos, las señales y fuentes eléctricas mantienen valores constantes en el tiempo, lo que permite describir su comportamiento mediante relaciones lineales entre voltajes, corrientes y resistencias. Esta linealidad es precisamente la razón por la cual las herramientas del álgebra lineal se vuelven tan útiles y eficientes para su estudio.

Todo circuito DC está formado por elementos pasivos como resistencias y por fuentes de voltaje o corriente. Cada uno de estos componentes establece una relación matemática que puede expresarse mediante ecuaciones lineales. Por ejemplo, la ley de Ohm vincula el voltaje y la corriente a través de una resistencia mediante una ecuación simple que puede integrarse en un sistema más grande. De este modo, cuando un circuito contiene varias ramas, nodos o mallas, el número de ecuaciones aumenta y resolverlas individualmente deja de ser práctico.

El objetivo del planteamiento inicial es organizar el problema de manera que todas las relaciones eléctricas del circuito puedan representarse mediante un conjunto ordenado de ecuaciones. Para ello, se identifican primero las incógnitas principales: corrientes en cada rama, voltajes en nodos o corrientes de malla, dependiendo del método de análisis elegido. Luego, mediante las leyes fundamentales de la electricidad específicamente las leyes de Kirchhoff se obtienen las ecuaciones lineales que describen las interacciones entre los elementos del circuito.

Estas ecuaciones, una vez redactadas, pueden reunirse en forma matricial, lo que permite aplicar métodos algebraicos de solución como eliminación de Gauss, matrices inversas o la regla de Cramer. Esta transición del circuito físico a una representación matemática estructurada es esencial, ya que facilita enormemente el análisis, especialmente cuando el sistema contiene muchas incógnitas. Además, este enfoque coincide con la forma en que los simuladores electrónicos modernos como SPICE, Proteus o MATLAB procesan internamente los circuitos: construyendo matrices que representan el comportamiento eléctrico del sistema.

En resumen, el planteamiento del análisis en circuitos DC busca traducir un sistema físico en un modelo matemático lineal. Esta traducción es lo que permite aprovechar el álgebra lineal para obtener soluciones precisas, confiables y aplicables directamente al funcionamiento real del circuito.

3.2 Construcción del sistema lineal

La base del análisis de circuitos eléctricos en corriente continua se fundamenta en dos leyes esenciales: la Ley de Corrientes de Kirchhoff (KCL) y la Ley de Tensiones de

Kirchhoff (KVL). Estas leyes permiten describir cómo se comportan las corrientes y los voltajes dentro de un circuito, y son el punto de partida para obtener el sistema de ecuaciones lineales que posteriormente será representado y resuelto mediante métodos matriciales.

3.2.1. Ley de Corrientes de Kirchhoff (KCL)

La Ley de Corrientes de Kirchhoff establece que la suma de corrientes que entran a un nodo es igual a la suma de corrientes que salen. Esto se fundamenta en el principio de conservación de la carga eléctrica, ya que un nodo no puede acumular carga en estado estacionario.
Matemáticamente, para cada nodo significativo del circuito, se obtiene una ecuación del tipo:

$$\sum \text{Ientrantes} = \sum \text{Isalientes} \quad \text{o} \quad \sum I=0$$

Para aplicar KCL es necesario:

- Identificar los nodos del circuito.
- Definir las direcciones de corriente (aunque sean arbitrarias).
- Expresar cada corriente en función de voltajes y resistencias mediante la Ley de Ohm.

Cada nodo independiente genera una ecuación lineal, y estas ecuaciones representan una parte fundamental del sistema matricial a resolver.

3.2.2. Ley de Tensiones de Kirchhoff (KVL)

La Ley de Tensiones de Kirchhoff establece que la suma algebraica de todos los voltajes alrededor de una malla cerrada debe ser igual a cero. Esto se basa en el principio de conservación de la energía, ya que no puede haber ganancia o pérdida neta de energía al recorrer un lazo completo.
La expresión general es:

$$\sum V=0$$

Para aplicar KVL en una malla se debe:

- Seleccionar un lazo cerrado. Recorrer la malla en un sentido fijado (horario o antihorario).
- Sumar las caídas y elevaciones de voltaje según corresponda.
- Utilizar la ley de Ohm para escribir los voltajes como $V = I\,R$ V=IR.

Cada malla independiente produce una ecuación lineal distinta, y estas ecuaciones se incorporan al sistema que se resolverá matricialmente.

Las leyes de Kirchhoff permiten transformar un circuito físico en un conjunto de ecuaciones lineales. Estas ecuaciones se convierten en los elementos de una matriz de coeficientes, donde las incógnitas corresponden a corrientes o voltajes. Sin este paso fundamental, no habría forma de estructurar ni resolver el circuito mediante métodos algebraicos como Gauss, Cramer o matrices inversas.
Al aplicar sistemáticamente KCL o KVL:

- Se definen las relaciones lineales entre elementos.
- Se obtiene un número adecuado de ecuaciones para el número de incógnitas.
- Se garantiza que el sistema sea representable como:

$$Ax=b$$

3.3 Planteamiento del análisis en circuitos DC

Una vez obtenidas las ecuaciones mediante las leyes de Kirchhoff, el siguiente paso es organizar toda esta información en un sistema de ecuaciones lineales que describa completamente el comportamiento eléctrico del circuito. Este proceso es fundamental porque permite pasar de un conjunto disperso de ecuaciones a una estructura matemática uniforme que puede resolverse mediante métodos del álgebra lineal.

3.3.1. Identificación de las incógnitas

Antes de construir el sistema, es necesario definir cuáles serán las variables a resolver. En circuitos DC existen dos enfoques principales:

Corrientes de malla

Se asigna una corriente independiente por cada malla elemental del circuito.

- Útil cuando el circuito es plano y tiene pocas mallas.
- Las ecuaciones se basan en KVL.

Voltajes de nodo

Se asigna un voltaje a cada nodo respecto de una referencia (tierra).

- Muy útil en circuitos con muchas ramas.
- Las ecuaciones se basan en KCL.

La elección del método afecta la estructura del sistema pero no altera el resultado final, ya que ambos enfoques conducen a ecuaciones lineales equivalentes.

3.3.2. Traducción de las ecuaciones a un sistema lineal

Cada ecuación obtenida de KCL o KVL puede expresarse en términos de las incógnitas elegidas. Por ejemplo:
En el análisis por mallas, las ecuaciones tienen la forma:

$$(R_{\text{eq}})I_i - \sum R_{\text{compartidos}} I_j = V_i$$

En el análisis nodal, las ecuaciones tienen la forma:

$$G_{ii}V_i - \sum G_{ij}V_j = I_{\text{fuente}}$$

donde R representa resistencias $G = 1 / R$ G=1/R representa conductancias. Estas ecuaciones se organizan en la forma estándar de un sistema lineal:

$$\mathbf{Ax=b}$$

3.3.3. Significado de cada elemento del sistema

Matriz A (matriz de coeficientes)
Representa el comportamiento eléctrico del circuito. Se forma sumando resistencias asociadas a una malla o sumando conductancias en un nodo. Las entradas negativas representan interacciones entre mallas vecinas o nodos conectados.

Vector x (incógnitas del circuito) Contiene los valores que se quieren determinar:

$$x = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad \text{o} \quad x = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Vector b (fuentes) Incluye los valores de las fuentes independientes del circuito:

$$b = \begin{bmatrix} V_{\text{fuente}} \\ 0 \\ I_{\text{fuente}} \end{bmatrix}$$

3.3.4. Ensamblaje del sistema lineal

Una vez que se tienen todas las ecuaciones, se procede a:

- Ordenar las incógnitas en un vector.
- Alinear cada ecuación siguiendo ese orden.
- Construir la matriz de coeficientes.
- Añadir los términos independientes en el vector b.
- Formar la matriz aumentada $[\, A \mid b \,]$ [A|b] en caso necesario.

- El resultado es un sistema estructurado y listo para ser resuelto con herramientas matriciales.

En conclusión, la construcción del sistema lineal es la etapa donde el circuito físico se convierte en un modelo matemático bien definido. Este modelo permite aplicar métodos algebraicos para determinar los valores eléctricos del circuito de manera eficiente, precisa y sistemática.

3.4. Representación matricial

Una vez formulado el sistema de ecuaciones lineales que describe el comportamiento del circuito, el siguiente paso es representarlo en forma matricial. Esta representación no solo organiza la información de manera compacta, sino que permite utilizar técnicas del álgebra lineal para resolver el sistema de manera eficiente y escalable. La estructura matricial es también la base de los algoritmos utilizados en programas de simulación electrónica modernos, lo que demuestra su relevancia práctica en Ingeniería Electrónica.

3.4.1. Matriz de coeficientes

La matriz de coeficientes, denotada generalmente como A, contiene los valores que relacionan las incógnitas del circuito. Esta matriz se forma directamente a partir de las ecuaciones obtenidas mediante KCL o KVL.

Características principales de A:

- Es una matriz cuadrada, ya que el número de ecuaciones es igual al número de incógnitas.
- Sus elementos provienen de:
  Resistencias equivalentes en una malla.
  Conductancias asociadas a nodos.
  Resistencias compartidas entre mallas.
  Interconexiones eléctricas entre ramas o nodos.
- Los elementos diagonales suelen ser positivos y representan la suma total de impedancias o conductancias asociadas a cada incógnita.
- Los elementos fuera de la diagonal suelen ser negativos y representan la interacción entre incógnitas adyacentes (por ejemplo, mallas que comparten una resistencia).

$$A = \begin{bmatrix} R_{\text{total},1} & -R_{12} \\ -R_{21} & R_{\text{total},2} \end{bmatrix}$$

3.4.2. Vector de incógnitas y vector independiente

La representación matricial incluye dos vectores fundamentales:

Vector de incógnitas (x)
Agrupa todas las variables del circuito que se desean calcular, como:

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad \text{o} \quad \mathbf{x} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix}$$

Vector independiente (b)
Contiene los valores de las fuentes independientes del circuito:

$$\mathbf{b} = \begin{bmatrix} V_{\text{fuente}} \\ 0 \\ I_{\text{fuente}} \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Este vector representa la influencia externa sobre el circuito, como voltajes aplicados o corrientes suministradas.

3.4.3. Matriz aumentada

Para resolver el sistema de ecuaciones mediante métodos matriciales como la eliminación de Gauss, es común formar la matriz aumentada:

$$[\mathrm{A} \mid \mathrm{b}]$$

En esta estructura se unen la matriz de coeficientes y el vector independiente, permitiendo realizar operaciones elementales sobre las filas sin alterar la solución del sistema.

La matriz aumentada facilita:

- Aplicar algoritmos de reducción por filas.
- Identificar inconsistencias en el sistema.
- Determinar el rango de la matriz.
- Verificar soluciones únicas, infinitas o ausencia de solución.

3.4.4. Análisis del sistema matricial

La representación matricial permite interpretar el circuito desde un punto de vista algebraico:

- **Determinante de A**
  Si det $(A) \neq 0$ det(A) =0, el sistema tiene solución única.
  Si det $(A) = 0$ det(A)=0, puede haber infinitas soluciones o ser incompatible.
- **Rango de la matriz**

Ayuda a identificar redundancia en las ecuaciones (mallas dependientes o nodos que no aportan ecuaciones nuevas).

- **Propiedades estructurales**
  La matriz es generalmente simétrica y diagonalmente dominante, características comunes en circuitos eléctricos y que facilitan su solución.

3.5. Aplicación (ejemplo)

Para ilustrar el proceso completo del análisis matricial en un circuito DC, se presenta a continuación un ejemplo práctico utilizando el método de corrientes de malla. Este tipo de circuito es común en prácticas de laboratorio y permite comprender claramente cómo se formulan y resuelven los sistemas lineales.

3.5.1. Planteamiento del circuito

Consideremos un circuito de dos mallas con los siguientes elementos:

- Una fuente de voltaje $V = 12$ V V=12 V en la malla izquierda.
- Resistencias:
  R 1 = 4 Ω en la primera malla.
  R 2 = 6 Ω en la segunda malla.
  Una resistencia compartida R 3 = 2 Ω R 3 =2 Ω entre ambas mallas.
  Definimos las corrientes de malla:
  I 1 : corriente de la malla izquierda (sentido horario).
  I 2 : corriente de la malla derecha (sentido horario).

3.5.2. Obtención de ecuaciones mediante KVL

Malla 1

$$(R_1 + R_3)I_1 - R_3 I_2 = V$$

$$(4 + 2)I_1 - 2I_2 = 12$$

$$6I_1 - 2I_2 = 12$$

Malla 2

$$-R_3 I_1 + (R_2 + R_3) I_2 = 0$$

$$-2I_1 + (6 + 2) I_2 = 0$$

$$-2I_1 + 8I_2 = 0$$

3.5.3. Construcción del sistema lineal

Las ecuaciones en forma estándar quedan:

$$\begin{cases} 6I_1 - 2I_2 = 12 \\ -2I_1 + 8I_2 = 0 \end{cases}$$

Esto se expresa matricialmente como:

$$\begin{bmatrix} 6 & -2 \\ -2 & 8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3.5.4. Resolución mediante eliminación de Gauss

Partimos de la matriz aumentada:

$$\left[\begin{array}{cc|c} 6 & -2 & 12 \\ -2 & 8 & 0 \end{array}\right]$$

Multiplicamos la primera ecuación por 1/3 y la sumamos a la segunda

$$\left[\begin{array}{cc|c} 6 & -2 & 12 \\ 0 & \frac{22}{3} & 8 \end{array}\right]$$

$$I_2 = \frac{8}{\frac{22}{3}} = \frac{24}{22} = \frac{12}{11} \approx 1.09 \text{ A}$$

$$6I_1 - 2(1.09) = 12$$

$$6I_1 = 14.18$$

$$I_1 = \frac{14.18}{6} \approx 2.36 \text{ A}$$

3.5.5. Interpretación de los resultados

Las corrientes encontradas son:
Corriente de malla 1:

$$I_1 \approx 2.36 \text{ A}$$

Corriente de malla 2:

$$I_2 \approx 1.09 \text{ A}$$

Estos valores indican cómo circula la corriente a través del circuito:

- La malla izquierda, que contiene la fuente de voltaje, absorbe mayor corriente.
- La malla derecha, al no tener fuente propia, recibe corriente inducida a través de la resistencia compartida.
- La interacción entre ambas mallas está correctamente representada en la matriz, mostrando la utilidad del álgebra lineal para resolver sistemas acoplados.

Conclusión del ejemplo

Este ejemplo muestra cómo:

- El circuito se traduce a ecuaciones lineales mediante Kirchhoff.
- Las ecuaciones se organizan en forma matricial.
- Se aplica un método algebraico para obtener las corrientes.
- Los resultados obtenidos tienen una interpretación física directa.

Así, el análisis matricial permite resolver circuitos DC de manera clara, ordenada y escalable, incluso cuando aumentan la cantidad de mallas o nodos.

4. APLICACIONES EN FILTRO ELECTRÓNICOS

El álgebra lineal es una de las herramientas matemáticas más importantes en la ingeniería electrónica, especialmente en el análisis y diseño de filtros eléctricos y digitales. Los filtros (ya sean analógicos, digitales, FIR, IIR, activos, pasivos, de primer o de orden superior) buscan modificar una señal para resaltar ciertas frecuencias y atenuar otras. Para entender cómo responden estos sistemas, cómo se comportan frente al ruido y cómo implementarlos de manera robusta, es necesario modelarlos mediante estructuras matemáticas que representen relaciones lineales.

El álgebra lineal permite describir señales como vectores, y a los filtros como matrices o operadores lineales. Esto abre la puerta a una enorme variedad de análisis: desde estudiar la estabilidad a partir de autovalores, hasta implementar filtros mediante descomposiciones matriciales que permiten optimizar, simplificar o disminuir el ruido de una señal. En otras palabras, el álgebra lineal traduce los fenómenos eléctricos en estructuras matemáticas manipulables con precisión.

4.1. Herramientas matemáticas principales y su rol en los filtros

4.1.1 Representación en espacio de estados (state-space)

Muchos filtros electrónicos pueden modelarse mediante sistemas lineales e invariantes en el tiempo (LTI). El álgebra lineal permite representarlos mediante matrices que describen completamente su comportamiento:

$$x[n+1] = Ax[n] + Bu[n]$$

$$y[n] = Cx[n] + Du[n]$$

- **A:**controla la dinámica interna (cómo evoluciona la memoria del filtro).
- **B**: cómo la señal de entrada ingresa al sistema
- **C**: qué parte del estado interno contribuye a la salida.

- **D**: efecto directo de la entrada sobre la salida.

Esta representación permite analizar sistemas de orden alto que serían muy complicados de manejar usando sólo ecuaciones diferenciales o funciones de transferencia. Además, las matrices permiten detectar cuáles partes del sistema son dominantes, qué estados producen inestabilidades, y cómo modificar el diseño para optimizar su funcionamiento.

También es utilizada en filtros activos que emplean amplificadores operacionales, en filtros digitales implementados en microcontroladores o DSPs, y en sistemas con múltiples entradas y múltiples salidas (MIMO).

4.1.2 Polos, autovalores y estabilidad

En álgebra lineal, los autovalores de una matriz describen comportamientos fundamentales de un sistema. En los filtros:

- Los polos de un filtro corresponden a los autovalores de la matriz A.

- Su posición determina si un filtro es estable o no.
- Polos dentro del círculo unitario (en filtros digitales) o con parte real negativa (en analógicos) implican que la señal se atenúa en el tiempo.

Gracias al análisis de autovalores, los ingenieros pueden determinar si un filtro va a amplificar ruidos indeseados, producir oscilaciones, o responder demasiado lento. Además, permite diseñar filtros con respuestas en frecuencia específicas modificando directamente la posición de los polos, lo cual se logra mediante técnicas algebraicas.

4.1.3 Convolución como multiplicación por una matriz Toeplitz

La operación fundamental de un filtro FIR es la convolución, y el álgebra lineal la representa como:

$$y=Hx,$$

donde **H** es una matriz Toeplitz cuyos elementos se construyen desplazando los coeficientes del filtro. Este enfoque permite:

- Analizar el condicionamiento del sistema,
- Determinar si es posible invertir la operación (deconvolución),
- Evaluar la sensibilidad al ruido en los coeficientes,
- Estudiar cómo el filtro actúa sobre diferentes componentes de la señal.

Esta representación matricial es extremadamente útil en filtros digitales implementados por software, pues permite usar algoritmos avanzados para optimizar cálculos, especialmente cuando se manejan grandes volúmenes de datos (audio, imágenes, señales biomédicas, etc.).

4.1.4 Descomposición en valores singulares (SVD) y reducción de ruido

La SVD es una de las herramientas más poderosas del álgebra lineal. Permite descomponer una matriz en componentes significativos y componentes de ruido.

En filtros electrónicos (y especialmente en procesamiento digital de señales), esto se usa para:

- Eliminar ruido de señales,
- Reducir la complejidad computacional del filtrado,

- Analizar modos dominantes en sistemas de sensores,
- Separar la señal útil de interferencias.

La SVD identifica qué partes de una señal contienen la mayor energía (información real) y qué partes son débiles (mayormente ruido). Esto permite crear filtros basados en subespacios, extremadamente útiles cuando el ruido no es blanco o cuando se trabaja con señales reales donde los métodos clásicos no son suficientes.

4.1.5 Representaciones matriciales de redes de filtros

Otra aplicación del álgebra lineal es la representación matricial de:

- Redes de filtros activos,
- Bancos de filtros,
- Estructuras en cascada o paralelas,
- Filtros MIMO.

Cada bloque puede representarse con matrices, y al combinar distintos bloques, el sistema completo se obtiene mediante multiplicación o suma de matrices. Esto permite simular rápidamente configuraciones complejas, optimizar parámetros y diseñar filtros que cumplan múltiples restricciones (por ejemplo, con bajo rizado, fuerte atenuación, estabilidad robusta y baja sensibilidad a variaciones de componentes).

4.2. Aplicaciones específicas del álgebra lineal en filtros electrónicos

4.2.1 Diseño, análisis y realización de filtros IIR y FIR

Los filtros IIR (respuesta infinita al impulso) y FIR (respuesta finita) pueden diseñarse mediante álgebra lineal.

- Para los FIR, la convolución y las matrices Toeplitz permiten modelar y optimizar el filtrado.
- Para los IIR, la representación en espacio de estados permite determinar estabilidad y sensibilidad.

El álgebra lineal también permite aplicar técnicas como:

- **Reducción de orden** (para hacer filtros más ligeros sin perder calidad),
- **Estimación de parámetros** cuando un filtro debe adaptarse a una señal real,
- **Transformaciones de similaridad** para obtener implementaciones numéricamente más estables.

Estas técnicas se usan ampliamente en DSPs, FPGA y microcontroladores para que los filtros funcionen correctamente sin inestabilidad numérica.

4.2.2 Filtros de reducción de ruido basados en SVD y PCA

En aplicaciones modernas (biomédica, audio, comunicaciones, imágenes), frecuentemente el ruido no es uniforme y los filtros tradicionales no eliminan adecuadamente las interferencias.

Ahí destaca el álgebra lineal mediante:

- **Análisis principal de componentes (PCA)**,
- **Descomposición SVD**,
- **Modelos de subespacios**.

La idea es descomponer la señal en componentes ortogonales; los componentes dominantes se preservan y los pequeños (principalmente ruido) se eliminan. Esto produce filtros extremadamente eficientes en:

- ECG, EEG, EMG
- Imágenes satelitales
- Señales acústicas
- Señales multicanal de sensores

4.2.3 Filtros adaptativos (LMS, RLS)

Los filtros adaptativos son esenciales cuando la señal cambia con el tiempo. El ajuste de los coeficientes se basa en resolver sistemas lineales:

$$X^T X w = X^T y$$

O en actualizar ecuaciones recursivas que dependen de matrices de correlación. Así, la velocidad de convergencia y la estabilidad del filtro dependen de los autovalores de esas matrices.

El álgebra lineal permite:

- Analizar la rapidez con que un filtro aprende,
- Determinar si será estable,
- Ajustar parámetros óptimos de aprendizaje,
- Diseñar filtros adaptativos robustos.

4.2.4 Bancos de filtros, wavelets y transformaciones

Los bancos de filtros pueden representarse como transformaciones lineales aplicadas a un vector de muestras. Muchas transformadas (DFT, DCT, DWT) pueden escribirse como multiplicación por matrices ortogonales u ortonormales.
Esto permite estudiar:

- Aliasing,
- Reconstrucción perfecta,
- Eficiencia energética,
- Filtrado multiescala.

El álgebra lineal es la base para garantizar que las transformaciones sean estables, invertibles y adecuadas para las aplicaciones deseadas.

4.2.5 Optimización de filtros mediante problemas matriciales

Muchos diseños modernos de filtros se formulan como problemas de:

- Minimización cuadrática,
- Minimización de errores,
- Restricciones en normas matriciales,

- optimizaciones convexas.

La matriz del sistema y los vectores de respuesta deseada se usan para crear filtros con características altamente específicas, como filtros de bajo rizado o filtros que compensen ruido en sensores.

4.3. Ejemplo técnico ampliado: FIR + SVD

4.3.1 Convolución como matriz Toeplitz

La matriz Toeplitz permite estudiar cómo el filtro amplifica distintas partes de la señal. Por ejemplo, un FIR de orden 3 puede convertirse en una matriz de 4×4 o 5×5 dependiendo del tamaño de la entrada. Esta representación permite analizar:

- Si pequeñas variaciones en los coeficientes generan grandes cambios en la salida,
- Si el filtro es estable numéricamente,
- Qué tan "invertible" es el proceso en caso de querer recuperar la señal original.

4.3.2 SVD para reducción de ruido

Al colocar las muestras en una matriz, la SVD permite separar los modos importantes (alta energía) de los que contienen ruido (baja energía). Truncar los valores singulares pequeños produce una señal sin ruido sin necesidad de un filtro FIR o IIR tradicional.

4.4. Ventajas del uso del álgebra lineal en filtros

- Permite analizar sistemas complejos con herramientas formales.
- Facilita el diseño de filtros multiobjetivo.
- Mejora la robustez frente a ruido y errores numéricos.
- Permite implementar filtros más estables y de menor orden.
- Permite trabajar con señales de múltiples sensores de manera simultánea.

5. Discusión de Resultados

Los fundamentos aplicados a circuitos y el análisis matricial de circuitos DC persiguen el mismo objetivo: determinar corrientes y voltajes en una red eléctrica. Sin embargo, difieren de manera significativa en el enfoque, el nivel de abstracción matemática y la eficiencia del método, lo cual se evidencia claramente al analizar los resultados obtenidos.

Desde el punto de vista de los fundamentos aplicados a circuitos, el análisis se basa directamente en las leyes físicas esenciales: la ley de Ohm y las leyes de Kirchhoff. Este enfoque permite comprender de manera intuitiva el comportamiento del circuito, ya que cada ecuación representa explícitamente un balance de corrientes o de tensiones. Los resultados obtenidos mediante este método son claros y fáciles de interpretar físicamente, especialmente en circuitos pequeños. No obstante, cuando el número de mallas o nodos aumenta, el proceso se vuelve más extenso, repetitivo y propenso a errores algebraicos, lo que limita su eficiencia práctica.

En contraste, el análisis matricial de circuitos DC introduce un nivel mayor de formalismo matemático al organizar las ecuaciones del circuito en la forma compacta $Ax=b$. Esta representación no altera los resultados físicos, pero sí transforma la manera de llegar a ellos. Los valores de corrientes y voltajes obtenidos coinciden con los que se logran mediante los métodos tradicionales, lo que valida el enfoque matricial. Sin embargo, la principal diferencia radica en la estructura y sistematización del proceso, ya que el método matricial permite resolver simultáneamente todas las incógnitas del circuito de forma ordenada.

Al comparar ambos enfoques, se observa que los fundamentos aplicados enfatizan la comprensión conceptual del fenómeno eléctrico, mientras que el análisis matricial destaca por su eficiencia computacional y escalabilidad. En particular, la matriz de coeficientes refleja claramente la interacción entre mallas o nodos, y propiedades como el determinante o el rango permiten evaluar si el sistema tiene solución única, es redundante o es incompatible. Estos aspectos no son evidentes cuando se trabaja únicamente con ecuaciones aisladas.

Además, el análisis matricial muestra una ventaja clave en la interpretación global del circuito. Mientras que el enfoque clásico analiza cada ecuación de forma independiente, el método matricial permite ver al circuito como un sistema lineal completo, donde todas las variables están acopladas. Esta visión es coherente con la forma en que operan los simuladores electrónicos modernos, los cuales resuelven internamente grandes sistemas matriciales para obtener resultados rápidos y precisos.

En términos de resultados, ambos métodos conducen a valores eléctricos coherentes y físicamente correctos. Sin embargo, el análisis matricial reduce significativamente el esfuerzo de cálculo y facilita la extensión del método a circuitos más complejos, demostrando que el álgebra lineal no solo es una herramienta teórica, sino un recurso esencial para el análisis moderno de circuitos DC.

En síntesis, los fundamentos aplicados a circuitos proporcionan la base conceptual indispensable para entender el comportamiento eléctrico, mientras que el análisis matricial de circuitos DC logra optimizar el proceso de resolución y ofrece una visión estructurada y potente del sistema. La comparación de resultados confirma que ambos enfoques son consistentes entre sí, pero el método matricial resulta superior cuando se busca eficiencia, claridad global y aplicabilidad a sistemas de mayor complejidad, justificando plenamente su uso en la ingeniería electrónica actual.

6. CONCLUSIONES

- El álgebra lineal constituye una herramienta fundamental para el análisis de circuitos eléctricos en la ingeniería electrónica. La formulación de las leyes de Kirchhoff en forma de sistemas de ecuaciones lineales permite organizar la información del circuito en una representación matricial del tipo Ax=b, donde la matriz de coeficientes refleja la topología de la red y los vectores agrupan las corrientes o tensiones desconocidas junto con las fuentes independientes. Esta forma compacta no solo simplifica el tratamiento de circuitos con varias mallas o nodos, sino que además hace posible aplicar métodos sistemáticos de solución que reducen errores y clarifican la estructura del problema.
- El uso de métodos matriciales de solución (como la eliminación de Gauss, la inversa de una matriz y la regla de Cramer para sistemas pequeños) demostró ser especialmente útil para resolver circuitos resistivos de corriente continua. A través de los ejemplos desarrollados, se evidenció que la resolución por matrices conduce a los mismos resultados que los métodos tradicionales paso a paso, pero con una organización mucho más ordenada de las ecuaciones. Además, la condición de invertibilidad de la matriz de coeficientes permitió interpretar de manera clara cuándo un circuito posee una solución única, cuándo es indeterminado o cuándo su formulación presenta inconsistencias, estableciendo así un vínculo directo entre propiedades algebraicas (determinante, rango) y el comportamiento eléctrico del sistema.
- El trabajo mostró que el concepto de transformación lineal ofrece una visión más profunda y unificada de los circuitos y filtros electrónicos. Al interpretar a la red resistiva como una transformación lineal que asocia vectores de corrientes y tensiones, y al filtro como una transformación que lleva señales de entrada en señales de salida, se pudo conectar el principio de superposición con la linealidad de las aplicaciones entre espacios vectoriales. Esta perspectiva permitió introducir de manera natural nociones como núcleo e imagen, así como la idea de cambio de base en espacios de señales (por ejemplo, al pasar del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia), reforzando la idea de que muchos procedimientos clásicos de análisis de filtros son, en esencia, operaciones algebraicas sobre transformaciones lineales.
- Los autovalores y autovectores desempeñan un papel clave en la comprensión de circuitos con elementos almacenadores de energía y de filtros dinámicos. En modelos en espacio de estados, los autovalores de la matriz de sistema determinan la respuesta transitoria: su estabilidad, su velocidad de amortiguamiento y la presencia o no de

oscilaciones. Los autovectores asociados describen modos naturales de evolución del sistema, indicando cómo se combinan las variables de estado (corrientes en inductores, tensiones en capacitores) en cada modo. De este modo, conceptos típicamente "abstractos" de álgebra lineal adquieren una interpretación física directa al explicar el comportamiento temporal de circuitos RLC y filtros electrónicos.

- Los ejemplos numéricos de circuitos de varias mallas resueltos mediante métodos matriciales confirmaron que el lenguaje del álgebra lineal no es solo una herramienta teórica, sino una necesidad práctica en el diseño y análisis de sistemas electrónicos modernos. Aunque en este trabajo se trabajó con circuitos de tamaño reducido por motivos didácticos, la misma estructura matemática es la que utilizan los programas de simulación profesional para analizar redes con cientos o miles de componentes. Por lo tanto, dominar estos métodos en problemas pequeños es un paso esencial para comprender el funcionamiento de las herramientas computacionales que se emplearán en niveles más avanzados de la carrera.

REFERENCIAS

[1] D. C. Lay, *Álgebra Lineal y sus Aplicaciones*, 3.ª ed.

[2] J. C. Navarro, *Álgebra lineal para estudiantes de Ingeniería y Ciencias*.

[3] C. K. Alexander y M. N. O. Sadiku, *Fundamentals of Electric Circuits*, 5th ed., McGraw-Hill, 2013.

[4] M. E. Castro Mayorga et al., "Aplicación del Álgebra Lineal en la Ingeniería", *Dominio de las Ciencias*, vol. 9, no. 3, pp. 1639–1656, 2023.

[5] A. V. Oppenheim, A. S. Willsky y S. H. Nawab, *Signals and Systems*, 2nd ed., Prentice Hall, 1996.